Table des matières

Préface **v**

I Mathématiques financières **1**

1 Calculs de dates et de durées **3**

1.1 Nombre de jours séparant 2 dates 3

1.1.1 Base 30 / 360 : Méthode allemande 4

1.1.2 Base 30 / 360 : Méthode européenne 5

1.1.3 Base 30 / 360 : Méthode américaine 6

1.1.4 Base 30 / 360 : Formule de calcul 6

1.1.5 Base exact : Année=365 jours (année civile) . . . 7

1.1.6 Base exacte : Formule de calcul 8

1.2 Systèmes de conversion de durées 9

1.3 Calcul de l'âge 10

1.3.1 Remarque concernant les arrondis 11

1.4 Exercices 12

2 Opérations à intérêt simple **15**

2.1 Formules de l'intérêt simple 16

2.1.1 Relations entre les paramètres 17

2.2 Taux proportionnel 18

2.3 Taux moyen de plusieurs placements 19

2.4 Méthode des nombres et des diviseurs fixes 20

2.5 L'escompte commercial 21

2.6 Exercices 22

3 Opérations à intérêt composé 25

3.1 Formules de l'intérêt composé 26

3.1.1 Relations entre les paramètres 27

3.2 Facteur de capitalisation et d'escompte 29

3.3 Opérations en chaîne 31

3.4 Taux équivalent 33

3.5 Taux effectif et nominal 34

3.6 Taux instantané et capitalisation continue 36

3.6.1 Taux instantané 36

3.6.2 Capitalisation continue 36

3.7 Taux moyen de plusieurs placements 37

3.8 Exercices 38

4 Les rentes 43

4.1 Définitions 43

4.2 Rente postnumerando 45

4.2.1 Valeur actuelle 45

4.2.2 Valeur finale 46

4.3 Rente praenumerando 47

4.3.1 Valeur actuelle 47

4.3.2 Valeur finale 48

4.4 Relations générales 51

4.4.1 Relations prae-postnumerando finales/initiales . . 51

4.4.2 Opérations en chaînes 51

4.4.3 Relations entre les paramètres i et n 52

4.5 Rentes particulières 56

4.5.1 Rente perpétuelle 56

4.5.2 Rente différée 57

4.5.3 Rente à termes fractionnés 58

4.5.4 Rente quelconque 59

4.6 Exercices 60

5 Les emprunts **63**
5.1 Définitions et notations 63
5.2 Emprunt à échéance fixe 65
5.3 Emprunt à amortissement constant 66
5.4 Emprunt à annuité constante 67
5.5 Les emprunts obligataires 69
5.5.1 Prix d'une obligation à une date d'échéance . . . 70
5.5.2 Prix d'une obligation à une date quelconque . . . 71
5.5.3 Taux de rendement actuariel 71
5.5.4 Cours d'une obligation 74
5.5.5 Usufruit et nue-propriété 75
5.6 Exercices 77

6 Les biens d'équipement **81**
6.1 Les amortissements 81
6.1.1 L'amortissement linéaire 82
6.1.2 L'amortissement arithmétique dégressif 83
6.1.3 L'amortissement géométrique dégressif 85
6.2 Les choix d'investissement 87
6.2.1 Valeur actuelle nette 87
6.2.2 Le taux de rentabilité interne 90
6.2.3 Le délai de récupération et d'amortissement . . . 93
6.2.4 L'indice de profitabilité 94
6.3 Exercices 95

II Mathématiques actuarielles **99**

7 Fonctions biométriques **101**
7.1 Probabilités de décès et de survie 101
7.2 Espérance de vie 106
7.2.1 Probabilités sur 2 têtes 108
7.3 Exercices 109

8 Tables de mortalité 113
8.1 Les différentes tables 113
8.1.1 Tables de génération 114
8.1.2 Tables de population 114
8.1.3 Tables d'assurés ou d'expérience 114
8.1.4 Tables prospectives 115
8.2 Facteurs d'influence 115
8.2.1 L'âge 115
8.2.2 Le sexe 116
8.2.3 L'époque 116
8.2.4 Autres causes 116
8.3 Méthodes d'ajustement 117
8.3.1 Introduction 117
8.3.2 Formule de Makeham 118
8.3.3 Méthode des splines avec points de jonctions . . 121
8.3.4 Méthode des moyennes mobiles 125
8.4 Exercices 127

9 Assurances de rentes 131
9.1 Combinaisons classiques 132
9.1.1 Rente viagère immédiate 132
9.1.2 Rente viagère différée 133
9.1.3 Rente viagère temporaire 134
9.1.4 Rente viagère différée et temporaire 135
9.1.5 Rente viagère de survie 136
9.2 Rentes fractionnées 137
9.3 Rentes sur deux têtes 138
9.3.1 Rentes de survie 138
9.3.2 Combinaisons d'assurance 139
9.4 Exercices 140

10 Assurances de capitaux 143
10.1 Combinaisons classiques 145
10.1.1 Capital au décès vie entière 145

10.1.2 Capital temporaire au décès 146
10.1.3 Capital différé au décès 146
10.1.4 Capital en cas de vie 147
10.1.5 Assurance mixte 148
10.2 Assurances au décès sur deux têtes 149
10.3 Exercices 149

11 Nombres de commutation 153
11.1 Commutations vie 153
11.1.1 Commutations sur 1 tête 154
11.1.2 Principales valeurs actuelles exprimées à l'aide des nombres de commutation 155
11.1.3 Commutations sur deux têtes 156
11.2 Commutations au décès 156
11.2.1 Commutations sur 1 tête 157
11.2.2 Principales valeurs actuelles exprimées à l'aide des nombres de commutation 158
11.2.3 Commutations sur deux têtes 159
11.3 Table de commutations 159
11.4 Exercices 160

12 Primes d'assurance 163
12.1 Les différentes notions de primes 163
12.2 Principe fondamental 164
12.3 Les différentes primes 165
12.3.1 Primes annuelles nivelées 165
12.3.2 Primes fractionnées 166
12.3.3 Primes pures et commerciales 167
12.3.4 Primes nivelées et annuellement recalculées . . . 168
12.3.5 Primes moyennes 169
12.4 Exercices 171

13 Réserves mathématiques 175
13.1 Réserves mathématiques des combinaisons classiques . . 177
13.1.1 Capital en cas de vie à primes annuelles 178

13.1.2 Capital temporaire au décès à primes annuelles . 178
13.1.3 Assurance mixte à primes annuelles 179
13.1.4 Rente temporaire de survie à primes annuelles . . 179
13.1.5 Rente viagère différée à primes annuelles et en cours 180
13.2 Réserve mathématique sur primes commerciales 180
13.3 Exercices 182

III Éléments de programmation 185

14 Programmation VBA et TI-Basic 187
14.1 Programmation sous Excel VBA 187
14.2 Principales fonctions 189
14.3 Programmation avec la TI-83 Plus 195
14.4 Principales fonctions 196

15 Applications informatiques 199
15.1 Macro complémentaire ACTUXL 199
15.1.1 Description générale 199
15.1.2 Catalogue des fonctions 202
15.2 Application pour la TI-83 Plus 205
15.2.1 Description générale 205
15.2.2 Hiérarchie du programme MATHFIN.8XP 206
15.2.3 Hiérarchie du programme MATHACTU.8XP . . 207

IV Compléments mathématiques 209

16 Equations, puissances, logarithmes, progressions 211
16.1 Equations 211
16.1.1 Equations du premier degré à une inconnue . . . 211
16.1.2 Equations du premier degré à deux inconnues . . 213
16.1.3 Equation du second degré 214
16.2 Puissances et racines 215
16.3 Logarithmes et exponentielles 216

16.4 Progressions 218
16.4.1 Progressions arithmétiques 218
16.4.2 Progressions géométriques 220

17 Sommes, Interpolation, Probabilités, Matrices 223
17.1 Sommes 223
17.1.1 Propriétés 223
17.2 Interpolation linéaire 226
17.3 Notions de probabilités 228
17.3.1 Notations 228
17.3.2 Propriétés 229
17.3.3 Variable aléatoire 231
17.4 Equations implicites 232
17.4.1 Méthode de bissection 233
17.4.2 Méthode du point fixe 234
17.4.3 Utilisation d'un solver 236
17.5 Notions de calcul matriciel 237
17.5.1 Propriétés des matrices 237

V Annexes 243

A Solutions des exercices 245

B Tables de mortalité 255